



## criteris de correcció globals

- Heu de corregir quatre qüestions en total d'entre les vuit proposades. Si l'alumne presenta més de quatre qüestions, corregiu-ne les quatre primeres.
- Cada problema té una puntuació màxima de 10. Cal tenir presents les puntuacions màximes que apareixen a cada apartat (si no està indicat, tots els apartats d'una mateixa pregunta tenen la mateixa valoració). Les puntuacions dels apartats són independents: si l'alumne s'ha equivocat en qualque apartat però fa bé els altres (segons les "seves" dades equivocades), donau-li la puntuació adient.
- Es valorarà conjuntament el resultat, la justificació (ja sigui simbòlica o escrita), la claredat i ús del llenguatge matemàtic i no matemàtic, i l'estructura de la resposta. Orientativament, penalitzau:
  - Els errors de càlcul amb un 25%; els errors greus i/o que portin a resultats incoherents o absurds, amb un 50%.
  - En preguntes de justificar, si la justificació és només "intuïtiva" (p. ex. una observació que no respon exhaustivament a allò que s'ha demanat), amb el 30%-50%; en preguntes de justificar, una resposta sense cap justificació s'ha de penalitzar amb el 100%.
  - En qualsevol pregunta, si apareixen raonaments (que no són clars/evidents) sense justificar, amb el 20%-30%.
  - La imprecisió en l'ús del llenguatge matemàtic (p. ex. variables sense introduir/que canvien de significat), o la falta de claredat per absència de llenguatge matemàtic, amb un 20%-30%.
  - L'estructura s'ha de penalitzar en funció de la dificultat per entendre la resposta.
- Hi pot haver casos en què hi hagi dubtes en aplicar els criteris generals o específics. En aquests casos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.

## criteris de correcció específics

Només es detallen els apartats en què hi ha diverses preguntes o que es poden desglossar. En apartats on s'omet el criteri de correcció específic, aquest serà simplement "Càlcul i/o justificació correcta".



**P1.** — Volem contractar una empresa de gestió d'entre les següents:

- L'empresa *A* ens cobra 150 € de cost base, i adicionalment 5 € per cada client i 3 € per cada factura que emet.
- L'empresa *B* ens cobra 300 € de cost base, 10 € per cada client, i no cobra per emetre factures.
- L'empresa *C* ens cobra 100 € de cost base, no cobra en funció del nombre de clients, però cobra 5 € per cada factura que emet.

a) Si l'any passat vàrem tenir 50 clients *i*, en total, vàrem emetre 180 factures, quina empresa ens hauria costat menys contractar?

**Criteris:** Calcular correctament tres dades (3 pt), només dues (2 pt), només una o cap (0 pt).  
**(Total 3 pt)**

De cara a l'any vinent, tenim una previsió de *x* clients i *y* factures. Amb aquesta previsió, l'empresa *A* ens costaria 1050 € i l'empresa *B* ens costaria 900 €.

b) Calcula el nombre de clients *x* i el nombre de factures *y* prevists.

**Criteris:** Plantejament (2 pt), solució (1.5 pt/variable, total 3pt). **(Total 5 pt)**

c) Amb *x* clients i *y* factures, quant ens costaria l'empresa *C*?

**Criteris:** No es penalitza si es deixa en funció d'*x* i *y*. **(Total 2 pt)**

**P2.** — Un camió transporta una càrrega d'exactament 12 metres cúbics de volum *i*, com a màxim, un pes de 18 tones. Pot transportar:

- Sorra, que pesa 1.6 tones per metre cúbic, i que es factura a 80 € per metre cúbic.
- Grava, que pesa 1.8 tones per metre cúbic, i que es factura a 100 € per metre cúbic.
- Cendra, que pesa 0.5 tones per metre cúbic, i que es factura a 25 € per metre cúbic.

Ens interessa calcular el preu més alt que podrà facturar en un viatge. Per fer-ho, es demana:

a) Planteja la maximització d'aquest preu com un problema de programació lineal amb dues variables.

**Criteris:** No penalitzar si es planteja amb tres variables. Penalitzar -1 pt si es planteja amb dues variables i la tercera no està incorporada (p.ex. s'ignora una de les variables). Penalitzar -1 pt si la funció a maximitzar no apareix en tota la pregunta. **(Total 4 pt)**

b) Dibuixa la regió factible, indicant les rectes i vèrtexs que la delimiten.

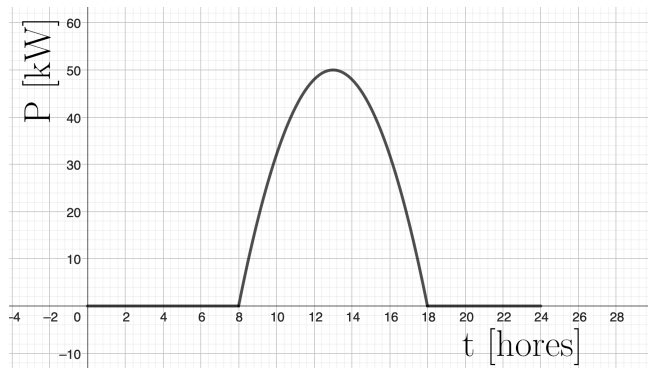
**Criteris:** 1 pt/recta (total 2 pt) i 1 pt/vèrtex (total 2 pt). **(Total 4 pt)**

c) Calcula el nombre de tones de cada material que s'han de transportar per tal d'assolir el preu màxim, i determina també aquest preu màxim.

**Criteris:** 1 pt pel càlcul i 1 pt per interpretar. No penalitzar si la solució s'expressa correctament en  $m^3$ . **(Total 2 pt)**

**P3.** — La potència generada per una placa solar,  $P$  (mesurada en kW), depèn del temps transcorregut,  $t$  (mesurat en hores), segons l'expressió següent:

$$P(t) = \begin{cases} 0 & \text{per a } 0 \leq t < 8, \\ -2t^2 + 52t + c & \text{per a } 8 \leq t < 18, \\ 0 & \text{per a } 18 \leq t \leq 24, \end{cases}$$



on  $c$  és un paràmetre real.

- a) Tenint en compte que la funció és contínua, quin és el valor del paràmetre  $c$ ?

**Criteris:** 2 pt per trobar almenys una igualtat, 1 pt pel càlcul correcte de  $c$ . No penalitzar si no es justifica igualtat entre límits per la dreta i l'esquerra. No penalitzar si  $c$  s'obté del valor màxim igual a 50 deduït de la gràfica (però penalitzar al següent apartat). **(Total 3 pt)**

- b) Tenint en compte que el valor màxim s'assoleix a les 13 hores, calcula amb l'expressió donada quina és la potència en aquest moment.

**Criteris:** 0 pt si es justifica partint de la gràfica. Penalitzar -0.5 pt si no s'utilitzen unitats correctament. **(Total 3 pt)**

- c) En quins intervals la funció és creixent? En quins intervals és decreixent?

**Criteris:** 2pt/interval, total 4 pt. Pot ser argumentat en base a la gràfica, en base a la derivada o en base a que el màxim es troba en  $t = 13$ . No penalitzar si s'inclouen o no els intervals on la funció és constant (no s'especifica si el creixement és necessàriament estricte). Penalitzar -0.5 pt per cada interval tancat. **(Total 4 pt)**

**P4.** — Considerem el pes d'un adult,  $p$  (en kg), i el seu metabolisme basal,  $m$  (en watts). Un investigador ens proporciona el model següent:

$$p(m) = 0.1 \cdot m^{1.5}, \quad m \in (0, +\infty).$$

- a) Fes una gràfica esquemàtica de la funció  $p(m)$ , indicant el domini, el comportament en els extrems del domini, els intervals de creixement i decreixement, i els màxims i mínims locals.

**Criteris:** Indicar el domini (1 pt). Indicar els valors en els extrems del domini (1 pt/extrem, total 2pt). Indicar el creixement/decreixement (1 pt). Indicar els màxims/mínims locals (1 pt). Claredat/correcció de la gràfica i els eixos (2 pt). **(Total 7 pt)**

- b) Troba la funció que dona el metabolisme basal en funció del pes,  $m(p)$  (és a dir, aïlla la variable  $m$ ).

**Criteris:** 1 pt si es passa 0.1 dividint, i 2 pt si es dona el resultat correcte. **(Total 3 pt)**

**P5.** — Considera les funcions:

$$f(x) = (x + 2)^3, \quad g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x.$$

- a) Justifica, calculant, que  $f'(x) = g'(x)$ .

**Criteris:** 2 pt/derivada, total 4 pt. Penalitzar -1 pt si no es justifica que són dues expressions iguals.  
(Total 4 pt)

- b) És cert que  $f(x) = g(x)$ ?

**Criteris:** Penalitzar -1 pt per error de càlcul lleu. Penalitzar tota la puntuació per error de càlcul greu (p. ex.  $(x + 2)^3 = x^3 + 2^3$ ).  
(Total 3 pt)

- c) Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ .

**Criteris:** Penalitzar -1 pt per no argumentar com es resol el límit. Penalitzar tota la puntuació si es dedueix incorrectament que  $\frac{\infty}{\infty} = 1$ .  
(Total 3 pt)

**P6.** — En Manel escull a l'atzar dues xifres entre 0 i 9, que podrien estar repetides.

- a) Quina és la probabilitat que ambdues xifres siguin múltiple de tres?

**Criteris:** En tot el problema, no penalitzar si es consideren 3 o 4 múltiples de tres. Penalitzar -1 pt si no es justifica.  
(Total 3 pt)

- b) El producte de les dues xifres és múltiple de tres si almenys una de les xifres és múltiple de tres. Quina és la probabilitat que el producte de les dues xifres sigui múltiple de tres?

**Criteris:** Penalitzar -2 pt si no es justifica.  
(Total 4 pt)

Ara, en Pep et dona el seu número de telèfon, que conté nou xifres també entre 0 i 9, possiblement repetides, i que suposarem que són xifres escollides a l'atzar.

- c) Quina és la probabilitat que el producte de les nou xifres sigui múltiple de tres?

**Criteris:** Penalitzar -1 pt si no es justifica.  
(Total 3 pt)

**P7.** — D'un total de  $n = 80$  alumnes, el 80% d'alumnes han aprovat un examen de matemàtiques, i el 75% han aprovat un examen de física. A més, dels que han suspès l'examen de matemàtiques, només un 50% ha aprovat el de física.

- a) Dels que han suspès l'examen de física, quants han aprovat el de matemàtiques?

**Criteris:** Penalitzar -0.5 pt si es deixa en termes de fracció decimal o percentatge.  
(Total 4 pt)

- b) Quants alumnes han aprovat algun dels dos exàmens?

**Criteris:** Penalitzar -0.5 pt si es deixa en termes de fracció decimal o percentatge.  
(Total 3 pt)

- c) Aprovar l'examen de física i aprovar l'examen de matemàtiques són esdeveniments independents?

**Criteris:** 1 pt per resposta correcta i 2 pt per justificar.  
(Total 3 pt)



**P8.** — Per estudiar la vida de les tortugues marines, hem recopilat l'edat que varen assolir alguns exemplars que varen morir per causes naturals, i hem obtingut (en anys):

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$\bar{x}$
55	62	69	70	72	77	94	103	75.25

Suposant que aquestes dades segueixen una distribució normal, i que la seva desviació típica poblacional és de  $\sigma = 20$  anys,

- a) Calcula l'interval de confiança per a la mitjana poblacional amb el 90% de confiança.

**Criteris:** Càlcul de  $z_{\alpha/2}$  1 pt, càlcul de  $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  1 pt, càlcul dels extrems de l'interval 2 pt. Penalitzar -1 pt si s'utilitza 1.645 sense justificar que és  $z_{\alpha/2}$ . **(Total 4 pt)**

Suposem ara, a més, que la mitjana poblacional és de  $\mu = 75.25$ .

- b) Quina és la probabilitat que una tortuga marina superi els 80 anys de vida?

**Criteris:** Penalitzar -1 pt si la distribució no és correcta. Penalitzar -1.5 pt si la probabilitat es deriva de la mostra amb la llei de Laplace. **(Total 3 pt)**

- c) Quina és la probabilitat que una tortuga marina superi els 80 anys de vida, però no els 100 anys de vida?

**Criteris:** Penalitzar -1 pt si la distribució no és correcta. Penalitzar -1.5 pt si la probabilitat es deriva de la mostra amb la llei de Laplace. **(Total 3 pt)**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal  $\mathcal{N}(0, 1)$ .